

文章编号: 1000 8055(2010)05-1092-05

仿真结果检验和状态分析方法

邬文娟, 傅惠民

(北京航空航天大学 小样本技术研究中心, 北京 100191)

摘 要: 提出了一种仿真结果检验和状态分析方法, 不仅可以有效地判断仿真结果正确与否, 而且当仿真结果不正确时, 可以进一步对仿真结果进行状态分析, 确定哪些状态的仿真结果正确, 哪些状态的仿真结果错误, 从而指导仿真软件系统的编制和修改. 此外, 还给出了仿真结果检验表和状态分析表, 便于工程应用.

关 键 词: 仿真; 检验; 状态分析; 小样本

中图分类号: TB301; O211

文献标识码: A

Method for test and state analysis of simulation results

WU Wenjuan, FU Huimin

(Research Center of Small Sample Technology,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: A method for test and state analysis of simulation results was presented, which can not only effectively determine whether the simulation results are right or not, but also analyze every state of the simulation results when they are not completely correct, and point out which states have been simulated correctly and which have not. The method for test and state analysis of simulation results can guide the programming and the modification of simulation software system. Furthermore, a table of simulation results test and a table of simulation results state analysis was established, which makes the engineering application of the method more convenient.

Key words: simulation; test; state analysis; small sample

以计算机技术、通讯技术与传感技术为主导的信息技术飞速发展, 为仿真技术打下了良好基础. 它的应用愈加广泛, 在工程技术^[1-2]、社会经济^[3]和国防军事^[4-5]等各个领域发挥着重要作用. 随着仿真系统越来越复杂, 如何对仿真结果进行检验, 这个问题被人们放到了一个越来越重要的位置上^[6-8]. 国内外许多专家与学者对其进行了各方面的研究与探索, 但一直没有很好地解决这一难题. 为此, 文献[9-12]建立了仿真结果检验和因子分析方法, 解决了仿真结果的小样本检验和

因子分析问题. 鉴于在工程中, 经常要对多个状态(条件)进行仿真, 而当仿真结果不正确时, 并非所有状态全部仿真错误, 此时需要确定哪些状态仿真错误, 为仿真软件系统的修改提供依据. 对此, 本文进一步建立了仿真结果检验和状态分析方法. 该方法能够根据少量试验结果有效地判断仿真结果是否正确, 而且当仿真结果不正确时, 还可以进一步判断哪些状态已被正确仿真, 哪些状态尚未被正确模拟, 从而指导仿真软件系统的编制和修改.

收稿日期: 2009 12 23; 修订日期: 2010 04 16

基金项目: 国家自然科学基金(10472006)

作者简介: 邬文娟(1983-), 女, 江西南昌人, 博士生, 从事小样本信息技术、仿真检验及可靠性研究.

1 仿真结果检验方法

设 μ_i 为第 i 个状态下真值 μ_i 的仿真结果, $i=1, 2, \dots, m$. 当所有状态下的仿真结果 μ_i 全都正确时, 有

$$\mu_i = \mu \quad i = 1, 2, \dots, m \tag{1}$$

为了检验所有状态下的仿真结果 μ_i 是否全都满足式(1), 在第 i 个状态下进行了 n_i 个试样的独立试验, 试验值记为 $X_{ij}, j=1, 2, \dots, n_i$. 通常试验结果存在分散性, 并遵循正态分布, 即

$$X_{ij} \sim N(\mu_i, \sigma^2)$$

$$i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n_i \tag{2}$$

若令

$$Y_{ij} = X_{ij} - \mu_i$$

$$i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n_i \tag{3}$$

则当所有状态下的仿真结果 μ_i 全都正确, 即式(1)成立时, 有

$$Y_{ij} \sim N(0, \sigma^2)$$

$$i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n_i \tag{4}$$

因此, 通过检验 Y_{ij} 是否来自于均值为零的正态母体, 可以判断所有状态下的仿真结果 $\mu_i (i=1, 2, \dots, m)$ 是否全都正确.

若令

$$\delta = E(Y_{ij})$$

$$i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n_i \tag{5}$$

则检验所有状态下的仿真结果 $\mu_i (i=1, 2, \dots, m)$ 是否全都满足式(1), 相当于检验假设

$$\begin{cases} H_0: \delta_1 = \delta_2 = \dots = \delta_m = 0 \\ H_1: \delta_1, \delta_2, \dots, \delta_m \text{ 不全为零} \end{cases} \tag{6}$$

设样本组内平方和(误差平方和)为

$$S_e = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} (Y_{ij} - \bar{Y}_{i\cdot})^2 \tag{7}$$

样本组间平方和为

$$S_a = \sum_{i=1}^m n_i \bar{Y}_{i\cdot}^2 \tag{8}$$

$\bar{Y}_{i\cdot}$ 为第 i 个状态下所有 Y_{ij} 的平均值

$$\bar{Y}_{i\cdot} = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, m \tag{9}$$

可以证明, 当原假设 H_0 为真, 即所有状态下的仿真结果 $\mu_i (i=1, 2, \dots, m)$ 全都正确时, 有

$$\frac{S_a/m}{S_e/(n-m)} \sim F(m, n-m) \tag{10}$$

其中 n 为所有状态下的总试验量

$$n = \sum_{i=1}^m n_i \tag{11}$$

鉴于 $E(S_a)$ 大于或等于 $m\sigma^2$, 所以, 对于给定的显著性水平 α 原假设 H_0 的拒绝域为

$$F = \frac{S_a/m}{S_e/(n-m)} \geq F_\alpha(m, n-m) \tag{12}$$

当式(12)成立时, 可以断定仿真结果不正确.

2 仿真结果状态分析方法

当仿真结果不正确时, 并非所有状态的仿真结果 $\mu_i (i=1, 2, \dots, m)$ 都不正确. 下面将用仿真结果状态分析方法, 进一步判断哪些状态的仿真结果正确, 哪些状态的仿真结果不正确, 为进一步修改仿真软件系统提供依据.

根据式(5)可知, 检验第 $i (i=1, 2, \dots, m)$ 个状态下的仿真结果 μ_i 是否正确, 相当于检验假设

$$\begin{cases} H_{0i}: \delta_i = 0 \\ H_{1i}: \delta_i \neq 0 \end{cases} \tag{13}$$

可以证明, 当第 i 个状态下仿真结果 μ_i 正确时, 有

$$\frac{\sqrt{n_i} \bar{Y}_{i\cdot}}{\sigma} \sim N(0, 1) \tag{14}$$

又因

$$\frac{S_e}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-m) \tag{15}$$

则有

$$t_i = \frac{\sqrt{n_i} \bar{Y}_{i\cdot}}{\sqrt{S_e/m}} \sim t(n-m) \tag{16}$$

所以, 对于给定的显著性水平 α 第 i 个状态下的原假设 H_{0i} 的拒绝域为

$$|t_i| \geq t_{\alpha/2}(n-m) \tag{17}$$

若在某状态下, 式(17)成立, 则可以断定该状态下的仿真结果 μ_i 不正确.

3 仿真结果检验和状态分析流程

本文提出的仿真结果检验和状态分析方法可用于指导仿真软件系统的编制和修改, 其流程如图 1 所示.

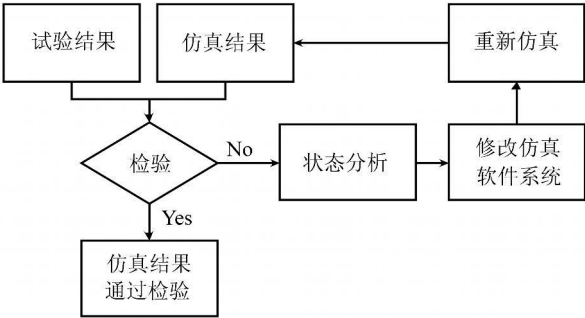


图 1 仿真结果检验和状态分析流程图

Fig. 1 Flow chart of test and state analysis of simulation results

4 计算举例

由于试验结果的分散性, 仿真结果和试验结果之间必然存在着误差. 传统的比对方方法只能判断其间相对误差的大小, 不能分辨该误差是由于仿真不正确引起的系统误差还是试验的偶然误差, 所以容易造成对仿真结果的误判. 大量的 Monte Carlo 模拟试验验证结果表明, 本文方法不仅可以有效地对仿真结果进行检验, 而且当仿真结果不正确时, 还可进一步判断哪些状态已被正确仿真, 哪些状态尚未被正确模拟, 能够很好地鉴别仿真结果和试验数据之间的误差是系统误差还是偶然误差. 下面给出一个本文方法与传统比对方法的对比算例.

设某产品性能的真值为 μ_i , 根据工程实际的需要, 现主要考虑其 5 个状态, 并设其仿真结果为 $\hat{\mu}_i, i=1, 2, \dots, 5$. 在表 1 中, 第 2 列是产品性能的真值 μ_i , 第 3 列是其仿真结果 $\hat{\mu}_i$, 第 4 列是试验结果 $X_{ij}, i=1, 2, \dots, 5$. 在工程实际中, 真值 μ_i 是未知的, 本例给出各状态真值 μ_i 是为了更好地比较本文方法与传统比对方法的检验效果.

表 1 各状态真值、仿真结果和试验结果

Table 1 Truth values, simulation results and experiment results in 5 states

状态 i	真值 μ_i	仿真结果 $\hat{\mu}_i$	试验结果 X_{ij}		
1	60	60	52.2		
2	70	70	62.3		
3	80	80	85.1		
4	90	90	87.5	91.7	94.3
5	100	100	97.2	94.5	102.2

现采用本文提出的仿真结果检验方法对表 1 中的数据进行处理, 仿真检验结果列于表 2. 从表 2 中可以看到, 在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下, 经本文方法检验可以得出, 表 1 中仿真结果 $\hat{\mu}_i$ 全都正确, $i=1, 2, \dots, 5$. 从表 1 第 2 列真值 μ_i 和第 3 列仿真结果 $\hat{\mu}_i$, 可以看出本文方法的检验结论是正确的.

表 2 仿真结果检验表 ($\alpha=0.05$)

Table 2 Simulation results test ($\alpha=0.05$)

平方和 S	F 值	F_α 值	检验结论
$S_a=162.63$	$F=2.41$	$F_\alpha=6.26$	$F < F_\alpha$
$S_e=54.07$			不拒绝该仿真结果

若采用传统的比对方方法对表 1 中的数据进行处理, 可得到各状态下仿真结果与试验结果之间的相对误差, 如表 3 所示. 其中, 第 1 个状态的仿真结果与试验结果之间的相对误差为 13.0%, 第 2 个状态的仿真结果与试验结果之间的相对误差为 11.0%. 这两个相对误差都较大, 按照传统的比对方方法, 就有可能得出第 1 个状态下的仿真结果 $\hat{\mu}_1$ 和第 2 个状态下的仿真结果 $\hat{\mu}_2$ 都不正确的错误结论.

表 3 各状态仿真结果与试验结果的相对误差

Table 3 Relative errors between simulation results and experiment results in 5 states

状态 i	1	2	3	4	5
相对误差 / %	13.0	11.0	6.4	1.3	2.0

下面考虑各状态仿真结果不完全正确的情况, 若第 4 个状态下的仿真结果 $\hat{\mu}_4=1.1\mu_4$, 第 5 个状态下的仿真结果 $\hat{\mu}_5=1.04\mu_5$, 而其他各状态的仿真结果正确, 如表 4 所示. 显然, 此时第 4 个状态下的仿真结果 $\hat{\mu}_4$ 和第 5 个状态下的仿真结果 $\hat{\mu}_5$ 错误. 首先, 采用仿真结果检验方法对表 1 中试验结果和表 4 中仿真结果进行处理, 仿真检验结果列于表 5. 从表 5 中可以看到, 在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下, 经仿真结果检验方法处理, 可以得出表 4 中仿真结果存在错误, 但并非所有状态的仿真结果全都不正确. 然后, 采用仿真结果状态分析方法进一步对表 1 中试验结果和表 4 中仿真结

果进行分析, 状态分析结果列于表 6. 从表 6 中可以看到, 在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下, 经仿真结果状态分析方法处理, 可以得出表 4 中第 4 个状态下的仿真结果 μ_4 和第 5 个状态下的仿真结果 μ_5 错误, 而其他各状态下的仿真结果正确. 由表 1 和表 4, 可知本文方法得到的检验和分析结论都是正确的.

表 4 各状态仿真结果
Table 4 Simulation results in 5 states

状态 i	1	2	3	4	5
仿真结果 μ_i	60	70	80	99	104

表 5 仿真结果检验表 ($\alpha=0.05$)
Table 5 Simulation results test ($\alpha=0.05$)

平方和 S	F 值	F_α 值	检验结论
$S_a=439.43$ $S_e=54.07$	$F=6.50$	$F_\alpha=6.26$	$F>F_\alpha$ 拒绝该 仿真结果

表 6 仿真结果状态分析表 ($\alpha=0.05$)
Table 6 Simulation results state analysis ($\alpha=0.05$)

状态 i	$ t_i $ 值	$t_{\alpha/2}$ 值	分析结论
1	2.12	$t_{\alpha/2}=2.78$	不拒绝状态 1 仿真结果
2	2.09		不拒绝状态 2 仿真结果
3	1.39		不拒绝状态 3 仿真结果
4	3.69		拒绝状态 4 仿真结果
5	2.84		拒绝状态 5 仿真结果

若采用传统的比对方法对表 1 中试验结果和表 4 中仿真结果进行处理, 可得到各状态下仿真结果与试验结果之间的相对误差, 如表 7 所示. 其中, 第 4 个状态的仿真结果与试验结果之间的相对误差仅为 7.9%, 第 5 个状态的仿真结果与试验结果之间的相对误差仅为 5.8%, 这两个相对误差都较小. 而此时, 第 1 个状态的仿真结果与试验结果之间的相对误差为 13.0%, 第 2 个状态的仿真结果与试验结果之间的相对误差为 11.0%, 这两个相对误差都较大. 按照传统的试验比对方法, 就有可能得出第 1 个状态下的仿真结果 μ_1 和第 2 个状态下的仿真结果 μ_2 都不正确, 而第 4 个状态下的仿真结果 μ_4 和第 5 个状态下的仿真结

果 μ_5 都正确的错误结论.

表 7 各状态仿真结果与试验结果的相对误差
Table 7 Relative errors between simulation results and experiment results in 5 states

状态 i	1	2	3	4	5
相对误差 / %	13.0	11.0	6.4	7.9	5.8

从以上算例中可以看到, 本文方法可以有效地对仿真结果进行检验和状态分析, 当仿真结果不正确时, 还可以进一步找出未被正确仿真的状态, 检验效果明显优于传统的比对方法.

5 结 论

- 1) 本文提出的仿真结果检验方法能够对仿真结果与试验结果之间的误差进行判断, 确定该误差是由于仿真不正确引起的系统误差还是试验数据本身的偶然误差. 如果只有偶然误差, 则可以判定仿真结果正确; 当存在系统误差时, 则可判定仿真结果错误.
- 2) 传统的比对方法无法分辨仿真误差是系统误差还是偶然误差, 当偶然误差较大时, 仿真正确也会被误判为不正确, 当偶然误差较小时, 仿真不正确有时也会被误认为正确. 而本文方法则很好地克服了传统方法的这一缺点.
- 3) 当仿真结果不正确时, 本文提出的仿真结果状态分析方法, 可以进一步判断哪些状态的仿真结果正确, 哪些状态的仿真结果不正确, 从而指导仿真软件系统的编制和修改.
- 4) 本文给出的仿真结果检验表(表 2、表 5)和仿真结果状态分析表(表 6)具有通用性, 在工程应用中只需填写相应表格, 即可完成对仿真结果的检验和状态分析.

参考文献:

[1] Najafi A F, Saemi S D, Saidi M H. Numerical simulation of vortex engine flow field: one phase and two phases[J]. Journal of Thermal Science, 2009, 18(3): 226-234.

[2] Polack F A C, Andrews P S, Sampson A T. The engineering of concurrent simulations of complex systems[C]//2009 IEEE Congress on Evolutionary Computation. Trondheim, Norway: IEEE, 2009: 217-224.

[3] Ang C S, Zaphiris P. Simulating social networks of online communities: simulation as a method for sociability design [C]//Lecture Notes in Computer Science. Uppsala, Sweden: Springer-Verlag Berlin, 2009: 443-456.

- [4] GAO Yuan, GU Liangxian, PAN Lei. Modeling and simulating dynamics of missiles with deflectable nose control [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2009, 22 (5): 474-479.
- [5] Riou J, Garnier E, Deck S, et al. Improvement of delayed detached eddy simulation applied to separated flow over missile fin [J]. AIAA Journal, 2009, 47 (2): 345-360.
- [6] SHI Peng, LIU Fei, YANG Ming. Quantify simulation verification and validation[C]// 11th International Conference on Computer Modeling and Simulation. Cambridge, England: IEEE, 2009: 123-128.
- [7] LIU Fei, YANG Ming. An optimal design method for simulation verification, validation and accreditation schemes[J]. Simulation, 2009, 85(6): 375-386.
- [8] David N. Validation and verification in social simulation: patterns and clarification of terminology [C]// Lecture Notes in Computer Science. Brescia, Italy: Springer Verlag Berlin, 2009: 117-129.
- [9] 傅惠民. 异方差分析方法[J]. 机械强度, 2005, 27(2): 196-201.
- FU Huimin. Method for heteroscedastic analysis[J]. Journal of Mechanical Strength, 2005, 27(2): 196-201. (in Chinese)
- [10] 傅惠民, 邬文娟. 多因子异方差分析[J]. 航空动力学报, 2005, 20(3): 345-350.
- FU Huimin, WU Wenjuan. Multi way heteroscedastic analysis[J]. Journal of Aerospace Power, 2005, 20(3): 345-350. (in Chinese)
- [11] 傅惠民. 仿真结果统计检验方法[J]. 机械强度, 2005, 27(5): 598-603.
- FU Huimin. Statistical test method for simulation results [J]. Journal of Mechanical Strength, 2005, 27(5): 598-603. (in Chinese)
- [12] 傅惠民, 邬文娟. 确定性仿真结果检验和因子分析方法[J]. 航空动力学报, 2007, 22(2): 169-174.
- FU Huimin, WU Wenjuan. Methods for test and factor analysis of determinate simulation results[J]. Journal of Aerospace Power, 2007, 22(2): 169-174. (in Chinese)